

УДК 368.029
JEL G22, C61

О.О. Шевчук, Я.І. Сух

Підходи до оптимізації перестрахового захисту

Проаналізовано особливості застосування пропорційної та непропорційної форм проведення перестрахових операцій, поділ відповідальності між цедентом і перестраховиком для кожної з них. Розглянуто завдання створення оптимальної перестрахової програми, узагальнено дослідження критеріїв оптимальності при формуванні перестрахових програм. Завдання вибору оптимального перестрахового захисту для страхувика зводиться до обрання для застосовуваних ним видів перестраховання оптимальних значень лімітів перестраховиків, квот та власного утримання. На основі аналізу реальної статистики однієї з страхових компаній показано, що при достатньо великому страховому портфелі допустиме значення збитковості страхових операцій може досягатися при декількох значеннях лімітів перестраховика чи власного утримання цедента – з цих значень потрібно вибрати те, при якому найвищий нетто-результат від операційної діяльності. Визначено, що найбільш ефективним підходом до оптимізації перестраховання є такий: оптимальним захистом потрібно вважати не ту перестрахову програму, яка дає найкращий найбільш ймовірний результат, а ту, яка дає найкращий результат в середньому для всієї сукупності можливих результатів з врахуванням їх ймовірностей.

Ключові слова: перестраховання, форми перестраховання, розподіл відповідальності, квота, власне утримання, рівень збитковості, оптимізація.

З кожним роком збільшується роль ринку перестраховання як глобального механізму перерозподілу ризиків, тому дослідження критеріїв оптимальності при формуванні перестрахових програм, вибір параметрів договорів перестраховання набувають значної актуальності.

Дослідженню питань оптимізації перестрахового портфеля присвятили наукові доробки С. Навроцький, Г. Скляр, О. Кнейслер, В. Ізмайлов, О. Міценко, А. Хазієва, А. Єдаков, Р. Верлак. Разом з тим, на нашу думку, додаткових досліджень потребують методи формування ефективної перестрахової програми, механізми визначення оптимального рівня власного утримання та інших параметрів договору перестраховання.

Мета дослідження – визначення методологічних засад побудови оптимального страхового портфеля на основі механізму перестраховання.

Перестраховання є ефективним способом відшкодування збитків за допомогою перерозподілу страхових резервів (первинного страхового фонду). Страхова компанія (цедент) передає одному або кільком перестраховикам ту частину ризику, яка перевищує її фінансові можливості, забезпечуючи збалансованість свого страхового портфеля. Залежно від розподілу ризиків між цедентом і перестраховиком виділяють пропорційну та непропорційну форму перестраховання.

Пропорційне перестраховання передбачає часткову участь сторін у розподілі відповідальності за договорами страхування згідно із заздалегідь встановленими співвідношеннями, які визначають участь перестраховика у премії і відшкодуванні збитку (квота за квотним договором та ексцедент понад власне утримання за ексцедентним договором). У непропорційному перестрахованні цедент покриває збитки до певного розміру (до пріоритету), а суму перевищення збитку понад пріоритет цедента оплачує перестраховик у межах ліміту відповідальності за договором (рис. 1).

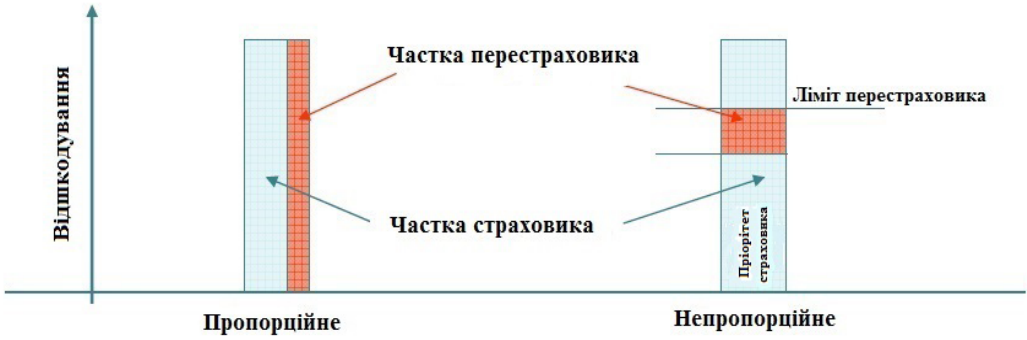


Рис. 1. Форми перестрахового покриття [1]

На практиці застосовують два види договорів пропорційного перестраховання – квотний та ексцедентний, що відрізняються часткою відповідальності перестраховика (рис. 2; табл. 1).



Рис. 2. Розподіл відповідальності у пропорційному перестрахованні

Таблиця 1

Розподіл премій і виплат у пропорційному перестрахованні

	Цедент	Перестраховик
<p>Розподіл премії</p> <p>$(P_i$ – премія за i-тим договором; S_i – страхова сума за i-тим договором; q – квота ($0 < q < 1$); a – власне утримання (пріоритет) цедента; b – ліміт відповідальності перестраховика).</p>	<p>де:</p> $a_i = \begin{cases} q, & S_i \leq b \\ \frac{qb}{S_i}, & S_i > b \end{cases}$ <p>за квотним договором,</p> $a_i = \begin{cases} 0, & S_i \leq b \\ \frac{S_i - a}{S_i}, & a < S_i \leq b \\ \frac{b - a}{S_i}, & S_i > b \end{cases}$ <p>за ексцедентним договором</p>	<p>де c – комісійна винагорода страховика, призначена для часткової компенсації його аквізичійних і ліквідаційних витрат.</p>
<p>Розподіл виплат</p> <p>$(L_i$ – збиток за i-тим договором)</p>		

Як видно з рис. 2, ексцедентне перестраховування, на відміну від квотного, дозволяє повністю вирівняти страховий портфель відповідно до фінансових можливостей (величини власного утримання) страховика.

Непропорційна форма перестраховування передбачає, що відшкодування, яке компенсується перестраховиком, визначається тільки розміром збитку (наперед не відомого) і не залежить від страхової суми, а тому немає пропорційного розподілу відповідальності за ризиками (у вигляді пропорції розподілу внесків і виплат) між сторонами договору перестраховування (табл. 2).

Таблиця 2

Розподіл премій і виплат у непропорційному перестрахованні ексцеденту збитку

	Цедент	Перестраховик
Розподіл премії w_i – премія страховика у частках від загальної премії за i -тим договором (згідно зі шкалою першого збитку)	$P_i^{ins} = w_i P_i$	$P_i^{re} = (1-c)(1-w_i)P_i$
Розподіл виплат (a – власне утримання (пріоритет) цедента)	$L_{ins_i} = \begin{cases} \min(L_i, a) & L_i \leq b, \\ a + (L_i - b) & L_i > b, \end{cases}$ $L_{ins_i} + L_{re_i} \equiv L_i$	$L_{re} = \begin{cases} \max(0, L_i - a), & L_i \leq b, \\ b - a, & L_i > b \end{cases}$

Оскільки перестраховик згідно з умовами договору не бере участі у відшкодуванні збитків у межах пріоритету цедента, то премія, яку він отримує, є суттєво меншою за пропорційну частку оригінальної премії за договором страхування.

Страховики купують перестраховий захист, свідомо йдучи при цьому на деяке погіршення (у середньому) своїх результатів, яке, однак, компенсується їх вищою стабільністю. Тобто менш ризикова перестрахова стратегія зазвичай пов'язана з меншою загальною очікуваною нетто-дохідністю страхових операцій (після перестраховування). Тому оптимізація перестраховування у загальному випадку неможлива без одночасного розгляду як математичного сподівання випадкових нетто-результатів, так і ступеня їх можливого розсіювання [2, с. 44].

При значному розсіюванні результатів страхових операцій найефективнішим підходом до оптимізації перестраховування є такий: оптимальним захистом потрібно вважати не ту перестрахову програму, яка дає найкращий найбільш ймовірний результат, а ту, яка дає найкращий результат у середньому для всієї сукупності можливих результатів, зважених на їх ймовірності.

Для реалізації такого підходу страховику необхідно мати інформацію про функції та щільність розподілу випадкових результатів усіх здійснюваних ним операцій. Ї можна отримати за допомогою динамічного фінансового аналізу – одного з напрямів актуарної науки, який дозволяє спрогнозувати майбутні результати шляхом комп'ютерного моделювання великої кількості ймовірних результатів страхових, перестрахових та інвестиційних операцій.

Результати застосування цього методу свідчать, що захист, який є в середньому оптимальним для всієї множини можливих результатів страхових операцій, у загальному випадку не обов'язково буде оптимальним для окремого з них, і

навпаки – захист, який є оптимальним для одного або кількох результатів, на жаль, у загальному випадку не є в середньому оптимальним для всієї сукупності можливих результатів операційної діяльності страховика [2, с. 45].

Узагальнення актуарних досліджень дозволяє виділити кілька підходів до оптимізації перестрахового захисту. Практичний інтерес має конструювання цільових функцій, які враховують не тільки математичне сподівання, але і деяку міру розкиду результатів (центральну або односторонню дисперсію, моменти вищих порядків) з накладанням обмежень на допустимі розміри нетто-виплат після перестраховування, на прийнятні з тою чи іншою ймовірністю значення нетто-результатів або на допустиме значення збитковості.

Наприклад, В. Измайлов під оптимальними умовами договору перестраховування пропонує розуміти такі, при яких:

- рівень збитковості приймає наперед визначене значення

$$\frac{\text{фактичні виплати}}{\text{зароблена премія}} = LR^* \quad (1)$$

- прибуток набуває максимального значення зі всіх можливих при заданому рівні збитковості: $PR \rightarrow \max$ [3; 4].

Інший підхід передбачає встановлення оптимальних значень власного утримання шляхом максимізації функції прибутку страховика з накладанням обмежень на значення ризикового капіталу, який потрібен для поглинання ризиків, що виникають (зокрема, і в перестрахових операціях). Залежно від ризикових характеристик кожної лінії бізнесу страховика, оптимальне власне утримання при перестраховуванні буде змінюватися. Розглядаючи прибуток $Z_N = Z_N(r)$ і обсяг ризикового капіталу $C_N = C_N[Z(r)]$ як функції від рівня власного утримання страховика $\{r_i\}$ для певної лінії бізнесу, отримуємо нелінійну задачу знаходження екстремуму при заданих обмеженнях [7, с. 600]:

$$\begin{aligned} E [Z(r)] &= \max. \\ C_N [Z(r)] &= \text{const.} \end{aligned} \quad (2)$$

з параметрами управління r_i , яка розв'язується методом множників Лагранжа шляхом максимізації виразу:

$$E [Z(r)] + k \times C_N [Z(r)], \quad (3)$$

де: k – множник Лагранжа, пов'язаний з обмеженням (2).

О. Горобцем розроблено модель поведінки ймовірності банкрутства страхової компанії та коефіцієнта Крамера-Лундберга при пропорційному та непропорційному перестраховуванні, у результаті чого отримано необхідні умови на параметри договорів перестраховування, за яких з імовірністю одиниця зменшується ймовірність банкрутства страховика [5]. Оптимальні комбінації поєднання кількох форм і видів перестрахового захисту для різномірного страхового портфеля розглядалися у роботах Р. Верлака і Я. Байрланта [6].

Загалом завдання вибору оптимального перестрахового захисту для страховика зводиться до обрання для застосовуваних ним видів перестраховування оптимальних значень власного утримання (пріоритету), квот і лімітів.

При квотному перестраховуванні для досягнення такої цілі страховик може змінювати частку відповідальності перестраховика (квоту q) та значення його ліміту b . Дослідження залежності показника збитковості цедента від ліміту перестраховика на основі статистичних даних однієї з українських страхових компаній за портфелем договорів страхування КАСКО (рис. 3) дозволяє зробити цікаві висновки.

Як видно з рис. 3, збитковість приймає однакові значення двічі для різних значень ліміту b . Отже, за умови достатньо великого страхового портфеля потрібне значення збитковості може досягатися при кількох значеннях лімітів перестраховика – з цих значень страховик може вибрати те, при якому нетто-результат від операційної діяльності вищий [4]. А залежність фінансових результатів від величини q не є однозначною і визначається конкретною статистикою страхової компанії.

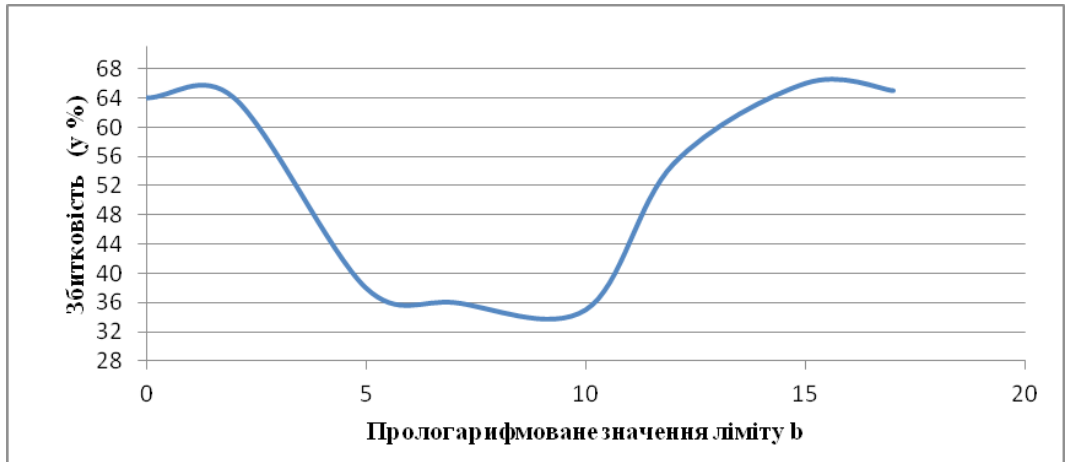


Рис. 3. Залежність збитковості цедента від ліміту перестраховика при квотному перестрахованні

Умови ексцедентного перестраховування передбачають, що всі ризики, прийняті страховиком, страхові суми яких перевищують власне утримання, підлягають передачі у перестраховування. Максимізувати прибуток при досягненні планового значення збитковості страховик може за допомогою зміни таких умов ексцедентного договору: суми власного утримання; співвідношення ліміту перестраховика та власного утримання цедента.

Графік збитковості в ексцедентному перестрахованні, побудований на основі статистичних даних однієї з українських страхових компаній, виглядає складніше, ніж у квотному (рис. 4). Між точками перегину функції премій і збитків збитковість має гіперболічну залежність від власного утримання, яка змінюється при перетині точок перегину функції [3, с. 43].

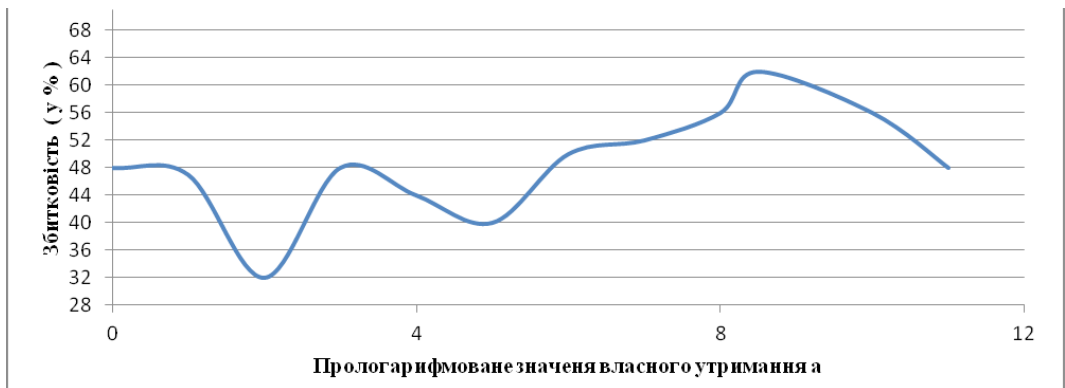


Рис. 4. Залежність збитковості від власного утримання при ексцедентному перестрахованні

Як і у випадку квотного перестраховання, збитковість приймає своє значення кілька разів для тієї ж величини власного утримання. Однак якщо в квотному перестрахованні майже для кожного значення збитковості прибуток приймає два значення, то в ексцедентному перестрахованні прибуток може приймати кілька різних значень. Тому при заданому значенні збитковості, змінивши величину власного утримання, страховик може покращити свій фінансовий результат.

Узагальнення напрацювань теоретиків, практиків, професійних актуаріїв з проблематики використання операцій перестраховання для формування оптимального страхового портфеля дозволяють зробити висновки про те, що універсальної постановки завдання оптимізації перестрахового захисту поки не існує через складність математичного опису і моделювання випадкових процесів надходження, резервування і врегулювання збитків, а також через те, що стратегічні цілі та фінансовий стан окремих страховиків, їх пріоритети при формуванні перестрахових програм настільки різні, що практично неможливо побудувати всеохоплюючу цільову функцію і встановити універсальні обмеження для завдань оптимізації перестраховання.

При значному розсіюванні результатів страхових операцій оптимальним перестраховим захистом потрібно вважати не той, який дає найкращий найбільш ймовірний результат, а той, який дає найкращий результат у середньому для всієї сукупності можливих результатів, зважених на їх ймовірності.

За умови достатньо великого страхового портфеля допустиме значення збитковості може досягатися при кількох значеннях величини власного утримання цедента та лімітів перестраховика – з цих значень страховик може вибрати те, при якому нетто-результат від операційної діяльності найвищий.

Перспективи подальших досліджень полягають у розробленні актуарних стохастичних моделей факторів ризику страховика-цедента для визначення оптимальних параметрів договорів пропорційного і непропорційного перестраховання за допомогою динамічного фінансового аналізу.

Список використаних джерел

1. Schlöpfer de Montmollin E. Reinsurance Optimisation in the Context of Risk Management and Solvency Regulation. – Website www.ressources-actuarielles.net. – Paris : Sépia, 2010. – July 6th. – Retrieved from [http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/IA/sitesepia.nsf/0/E23826985E0B5791C12576E100742CAC/\\$FILE/SEPIA20100706_ESM.pdf](http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/IA/sitesepia.nsf/0/E23826985E0B5791C12576E100742CAC/$FILE/SEPIA20100706_ESM.pdf). – 50 p.
2. Едаков А. В. Об оптимальной перестраховочной защите / А.В. Едаков // Страховое дело. – 2001. – №10. – С. 44-47.
3. Измайлов В. Г. Определение оптимальных условий договора перестрахования Surplus / В. Г. Измайлов // Страховое дело. – 2000. – №12. – С. 40-43.
4. Измайлов В. Г. Определение оптимальных условий квотного договора перестрахования / В. Г. Измайлов // Страховое дело. – 2002. – №11. – С. 36-40.
5. Verlaak R., Beirlant J. Optimal Reinsurance Programs // Website pascal.iseg.utl.pt. – Aon Re Belgium & K.U. Leuven. – 2002. – Retrieved from http://pascal.iseg.utl.pt/~cemapre/ime2002/main_page/papers/RobertVerlaak.pdf
6. Горобець О. В. Прийняття рішень в моделях перестраховання страхових компаній : автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук: спец. 01.05.04 / О. В. Горобець ; Київський національний університет імені Тараса Шевченка. – К., 2005. – 18 с.
7. Kull A. Sharing Risk – An Economic Perspective // ASTIN Bulletin. – 2009. – Vol. 39(2). – P. 591-613. – Retrieved from <http://www.actuaries.org/LIBRARY/ASTIN/vol39no2/591.pdf>

References

1. Schlöpfer de Montmollin, E. (2010, July 6). Reinsurance Optimisation in the Context of Risk Management and Solvency Regulation. Website www.ressources-actuarielles.net. Paris: Sépia. Retrieved from [http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/IA/sitesepia.nsf/0/E23826985E0B5791C12576E100742CAC/\\$FILE/SEPIA20100706_ESM.pdf](http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/IA/sitesepia.nsf/0/E23826985E0B5791C12576E100742CAC/$FILE/SEPIA20100706_ESM.pdf)
2. Yedakov, A. V. (2001). Ob optimalnoy perestrakhovochnoy zashchite [On the optimal reinsurance protection]. *Strakhovoye delo – Insurance Business*, 10, 44-47. [in Russian].

3. Izmaylov, V. G. (2000) Opredelenie optimalnykh usloviy dogovora perestrakhovaniya [Determination of the optimal conditions for the surplus reinsurance contract]. *Strakhovoye delo – Insurance Business*, 12, 40-43. [in Russian].
4. Izmaylov, V. G. (2000) Opredelenie optimalnykh usloviy kvotnogo dogovora perestrakhovaniya [Determination of the optimal conditions for the quota share reinsurance contract]. *Strakhovoye delo – Insurance Business*, 11, 36-40. [in Russian].
5. Verlaak, R., & Beirlant, J. (2002). Optimal Reinsurance Programs. Website pascal.iseg.utl.pt. Aon Re Belgium & K.U. Leuven. Retrieved from http://pascal.iseg.utl.pt/~cemapre/ime2002/main_page/papers/RobertVerlaak.pdf
6. Horobets, O. V. (2005). *Pryinyattya rishen v modelyakh perestrakhuvannya strakhovykh kompaniy [Decision-making in reinsurance models of insurance companies]*. (Ph.D. in Phys.-Math. Thesis, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine). [in Ukrainian].
7. Kull, A. (2009). Sharing Risk – An Economic Perspective. *ASTIN Bulletin*, 39(2), 591-613. Retrieved from <http://www.actuaries.org/LIBRARY/ASTIN/vol39no2/591.pdf>.

Shevchuk O. O., Sukh Y. I. Approaches to reinsurance protection optimization.

The aim of the research is to determine the methodological principles of constructing the optimal insurance portfolio based on reinsurance mechanism.

In the article the features of the use of proportional and non-proportional reinsurance covers and the division of responsibility between the cedent and reinsurer for each of them are analysed. The task of creating the optimal reinsurance program is considered; the research of optimality criteria when forming reinsurance programs is compiled: optimization of reinsurance in general is impossible without simultaneous consideration of both the expectation of random net results and the extent of their possible dispersal.

It's determined that the most effective approach to optimize reinsurance cover is as follows: not the reinsurance program that gives the best and the most likely outcome, but the one that gives the best average result for the entire set of possible outcomes with regard to their probability must be considered as optimal protection. Summary of developments of theorists, practitioners, professional actuaries allows to conclude that a universal statement of reinsurance protection problem optimization does not exist because of the complexity of mathematical description and simulation of random processes (flow, reservation and settlement of damages), and because the strategic objectives and financial position of some insurers and their priorities in the reinsurance programs formation are so different that it is almost impossible to build a comprehensive and objective function and set universal limits for reinsurance optimization problems.

In general, the problem of choosing the optimal reinsurance protection for the insurer reduces to sampling optimal limits, quotas and own retention to the applicable types of reinsurance.

In a quota share reinsurance treaty, to achieve that goal insurer may change quota share and reinsurer's limit, in surplus reinsurance treaty – the amount of its own retention and the quotient of reinsurance limit and own retention. Under the application of non-proportional reinsurance, the insurers may achieve the goal by changing their deductible and specified limit.

Based on the analysis of the real statistics of one of the insurance companies it was shown that for sufficiently large insurance portfolio certain loss ratio could be achieved at several values of reinsurer's limits or insurer's own retention – one need to choose that, which gives the highest net result from operating activities.

Keywords: reinsurance, types of reinsurance covers, sharing of responsibility, quota, net retention, loss ratio, optimization.

Шевчук Олександра Остапівна – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри фінансів та фінансово-економічної безпеки Львівського навчально-наукового інституту ДВНЗ «Університет банківської справи» (e-mail: olesiunya@gmail.com).

Shevchuk Oleksandra Ostapivna – Ph.D. (Econ.), Assoc. Prof., Associate Professor of the Department of finance and the financial and economic security of the Lviv Institute of the University of Banking.

Сух Ярослав Ігорович – магістр з фінансів та кредиту Львівського навчально-наукового інституту ДВНЗ «Університет банківської справи» (e-mail: yaroslavsukh@gmail.com).

Sukh Yaroslav Ihorovych – Master in Finance and Credit of the Lviv Institute of the University of Banking.

Надійшло 12.05.2016 р.